

5.3.1 实践与探索

—— 用一元一次方程解决长方形相关问题

教学设计

柳松柏 吉林省长春市第五十三中学

课程基本信息							
学科	数学	授课教师	柳松柏	单位	长春市第五十三中学校	课时	1 课时
教科书	书 名：义务教育教科书 数学 七年级下册 出版社：华东师范大学出版社 出版日期：2025 年 1 月						
课程名称	§5.3.1 实践与探索——用一元一次方程解决长方形相关问题						
教学背景分析							
<p>（一）教材地位</p> <p>“用一元一次方程解决长方形相关问题”是人教版初中数学“一元一次方程”章节“实践与探索”的核心内容，是“代数工具”与“几何图形”融合的典型载体。它以长方形周长、面积公式为基础，以一元一次方程建模为核心，既是对一元一次方程解法的巩固，也是后续学习“几何图形与方程综合问题”的基础。通过本节课学习，能帮助学生建立“几何量关系→代数方程”的转化思维，是培养数学建模、逻辑推理、几何直观等核心素养的重要载体。</p> <p>（二）学情分析</p> <p>学生已掌握长方形周长、面积公式及一元一次方程解法，具备初步的“用公式表示数量关系”的能力，但存在两个薄弱点：一是从长方形实际问题中抽象等量关系的能力不足（如“间接设元”的必要性理解）；二是对“图形变化与数量变化关联”的规律探究经验较少。教学中需通过具体情境引导学生经历“问题分析→模型建立→规律归纳”过程，逐步提升数学思维。</p>							
教学目标							
<p>（一）知识目标</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.明确长方形周长、面积公式与一元一次方程的关联，能根据长方形长、宽、周长的关系建立方程模型。 2.掌握“直接设元”“间接设元”的方法，能解决“已知长与宽的数量关系求边长”“周长一定时面积变化”等问题。 3.理解“周长一定时，长方形长和宽越接近，面积越大（正方形时最大）”的规律。 <p>（二）能力目标</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.经历“观察长方形问题→抽象等量关系→建立方程模型→求解验证”的过程，提升数学建模能力。 							

2.通过探究“长与宽变化对面积的影响”，掌握“计算→对比→归纳”的规律探究方法，增强逻辑推理能力。

3.能将生活中“围长方形”的实际问题转化为数学问题，用方程求解，提高知识迁移与应用能力。

（三）情感目标

1.学与生活的紧密联系，激发“用数学解决实际问题”的兴趣。

2.在小组合作探究“面积变化规律”的过程中，体验合作交流的价值，获得“发现规律”的成功感，增强数学学习自信心。

（四）素养目标

数学建模：从长方形实际问题中抽象等量关系（如“周长 = $2 \times (\text{长} + \text{宽})$ ”），建立一元一次方程模型，理解“几何问题代数化”的建模思想。

逻辑推理：在“设元→列方程→求解”中，通过“长与宽的数量关系→方程等式”的推导，以及“特殊面积计算→一般规律归纳”，培养逻辑推理的严谨性。

几何直观：借助长方形示意图、数据表格等，直观分析长、宽、周长、面积的关系，通过图形标注理解隐含条件（如“长 > 宽”“边长为正”）。

数学运算：运用方程解法、长方形公式进行边长、面积计算，结合“设未知数→列代数式→代入公式”的步骤，提升运算的准确性与条理性。

教学重点

1.从长方形问题中抽象等量关系，建立一元一次方程模型（落实数学建模、逻辑推理素养）。

2.探究“周长一定时，长方形长和宽与面积的变化规律”（落实数学抽象、逻辑推理素养）。

教学难点

1.当直接设所求量（如面积）不便列方程时，学会“间接设元”（设长或宽），突破设元策略的思维障碍（深化逻辑推理素养）。

2.从“不同长、宽组合的面积计算”中归纳出一般规律，理解“长与宽越接近，面积越大”的本质（强化数学抽象、逻辑推理素养）。

教学方法

问题驱动法：以“铁丝围长方形”的系列问题（求边长、求面积、探规律）为线索，引导学生逐步深入思考，培养逻辑推理。


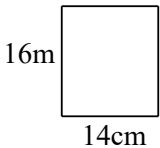
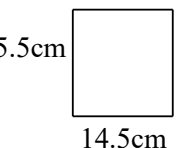
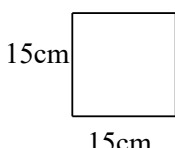


直观演示法：用几何画板动态演示“长与宽变化时面积的变化”，结合数据表格呈现规律，强化几何直观。

小组合作探究法：分组计算不同长、宽组合的面积，通过数据对比归纳规律，促进思维碰撞，提升合作与推理能力。

讲练结合法：通过基础例题巩固方程建模，通过拓展练习提升规律应用能力，强化数学运算与应用。

教学过程		
教学环节	主要教学活动	设计意图
情境导入，关联生活 (5分钟)	<p>展示生活实例：多媒体呈现“用 60cm 铁丝围长方形相框”“农民用 12 米篱笆围长方形菜地”的图片，提问：“这些场景中，铁丝（篱笆）长度固定（即长方形周长固定），如果想让长方形的长和宽满足一定关系（如长是宽的 2 倍），怎么求具体长度？如果想让面积更大，长和宽该怎么调整？”</p>  <p>聚焦数学问题：引出核心任务——“今天我们就用一元一次方程解决‘周长固定时长方形的边长计算’和‘面积变化规律’问题”，引导学生从生活问题抽象出数学问题。</p>	<p>从学生熟悉的生活场景切入，激活“长方形周长固定”的直观认知，为后续建立“周长与长、宽的等量关系”做铺垫。通过“求边长”“调面积”的问题引导，明确学习目标，同时强化“数学源于生活”的认知，初步培养几何直观（感知图形与数量关联）和数学建模（生活问题→数学问题）素养。</p>
问题解决，建立模型 (20分钟)	<p>问题：用一根长 60cm 铁丝围成一个长方形。</p> <p>任务 1：如果长方形的宽是长的 $\frac{2}{3}$，求这个长方形的长和宽（直接设元）；</p> <p>教学活动</p> <p>明确问题：“用 60cm 铁丝围长方形，宽是长的 $\frac{2}{3}$，求长和宽。”</p> <p>引导建模：</p> <p>回顾长方形周长公式：“周长 = $2 \times (\text{长} + \text{宽})$，这里周长是 60cm，所以‘长 + 宽’等于多少？”（学生易得出“长 + 宽 = 30cm”）。</p> <p>设元与列方程：提问“设哪个量为未知数更方便？”引导设长为 $x\text{cm}$，则宽为 $\frac{2}{3}x\text{cm}$，根据“长 + 宽 = 30”</p>	<p>从简单数量关系入手，让学生经历“公式转化→设元→列方程→验证”的完整建模过程，掌握“直接设元”的基本方法。通过“周长公式→长 + 宽 = 30”的转化，强化数学建模（几何</p>

	<p>列方程：$x + \frac{2}{3}x = 30$。</p> <p>求解与验证：学生解方程得 $x=18$（长），宽 = 12cm，验证“$2 \times (18+12) = 60$”，确认结果合理。</p> <p>小结：“当长与宽的倍数关系明确时，直接设其中一个量为未知数，用公式列方程更简单。”</p>	<p>公式→代数等量关系），同时通过验证环节培养逻辑推理（结果合理性判断）。</p>
	<p>任务 2：已知“宽比长少 4cm”，求面积（间接设元） 教学活动</p> <p>提出问题：“用 60cm 铁丝围长方形，宽比长少 4cm，求长方形面积。”</p> <p>思维冲突引导：</p> <p>提问：“能直接设面积为 $x\text{cm}^2$ 吗？”组织小组讨论，学生发现“面积 = 长 × 宽，但长和宽未知，无法直接关联周长”。</p> <p>引导调整：“既然面积由长和宽决定，不如先设长或宽，再求面积。”设长为 $x\text{cm}$，则宽为 $(x-4)\text{cm}$，根据“长 + 宽 = 30”列方程：$x + (x-4) = 30$。</p> <p>求解与计算面积：解方程得 $x=17$（长），宽 = 13cm，面积 = $17 \times 13 = 221\text{cm}^2$，强调“先求中间量（长、宽），再求目标量（面积）”的思路。</p> <p>对比总结：“当直接设所求量不便时，设与目标量相关的‘中间量’，这就是间接设元法。”</p>	<p>通过“直接设元碰壁→调整设元策略→成功建模”的过程，让学生自主发现“间接设元”的必要性，避免被动接受。在讨论与调整中，培养逻辑推理（分析设元合理性）和数学建模（灵活选择未知数）素养，突破“设元”难点。</p>
<p>规律探索，从特殊到一般（15 分钟）</p>	<p>初步猜想：计算任务 1 的面积（$18 \times 12 = 216\text{cm}^2$）与任务 2 的面积（$221\text{cm}^2$），提问：“都是 60cm 周长，为什么面积不同？宽与长的差距变小，面积反而变大了？”引导学生猜想：“周长一定时，长和宽越接近，面积越大？”</p> <p>分组验证：</p> <p>分组任务：将学生分为 4 组，分别计算“宽比长少 3cm、2cm、1cm、0cm（正方形）”时的长、宽、面积（每组 1 个任务）。</p> <p>少 3cm：设长为 $x\text{cm}$，宽 = $(x-3)\text{cm}$，方程 $x + (x-3) = 30 \rightarrow x = 16.5$，宽 = 13.5，面积 = $16.5 \times 13.5 = 222.75\text{cm}^2$；</p>	<p>通过“计算→对比→归纳”的过程，让学生经历“猜想→验证→结论”的规律探究流程。分组计算降低个体负担，数据表格与动态演示强化几何直观，规律归纳培养</p>

	<p>少 2cm: 长 = 16cm, 宽 = 14cm, 面积 = 224cm²; 少 1cm: 长 = 15.5cm, 宽 = 14.5cm, 面积 = 224.75cm²; 正方形 (少 0cm): 边长 = 15cm, 面积 = 225cm²。 数据汇总: 将结果整理成表格, 直观呈现“长与宽差距越小, 面积越大; 正方形时面积最大”。 规律总结: “周长一定时, 长方形的长和宽越接近, 面积越大; 当长 = 宽 (正方形) 时, 面积达到最大。” 结合几何画板动态演示“长与宽变化时面积的动态变化”, 强化直观认知。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>222.75cm²</p>  <p>16.5cm 13.5cm</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>224cm²</p>  <p>16cm 14cm</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>224.75cm²</p>  <p>15.5cm 14.5cm</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>225cm²</p>  <p>15cm 15cm</p> </div> </div>	<p>数学抽象 (从具体数据到一般结论) 和逻辑推理 (从特殊案例到普遍规律) 素养, 让“面积变化规律”的理解从“记住结论”变为“自主发现”。</p>
<p>巩固应用, 迁移提升 (7 分钟)</p>	<p>基础应用: “一个长方形操场周长 80 米, 长比宽多 10 米, 用方程求长和宽。” (检验直接 / 间接设元掌握情况, 强化方程建模)</p>  <p>生活应用: “用一根 10 米长的绳子围长方形花圃, 要让面积不小于 6 平方米, 长和宽可以怎么设计?” (结合规律解决实际问题, 强化数学应用)</p> 	<p>基础应用巩固方程建模方法, 生活应用将规律与实际需求结合, 让学生体会“数学规律的实用价值”, 培养数学建模 (实际问题→数学条件) 和数学应用素养。</p>

<p>总结反思，构建体系 (3分钟)</p>	<p>知识梳理：“今天学了什么？”（用一元一次方程解决长方形问题的方法：设元→列方程→求解；周长一定时面积变化规律）。</p> <p>方法提炼：“我们怎么研究的？”（生活问题→数学建模→规律探究→应用，这是“几何与代数结合问题”的通用思路）。</p> <p>反思提问：“设元时要注意什么？规律探索时数据对比有什么用？”</p>	<p>通过知识梳理与方法提炼，帮助学生构建“知识→方法→素养”的认知体系，强化数学抽象（提炼研究思路）和逻辑推理（总结建模流程）素养。</p>
<p>分层作业</p>	<p>基础层：课本对应习题（巩固方程建模与面积计算，强化数学运算）；</p> <p>提升层：“用 20cm 铁丝围长方形，当长和宽为整数时，面积最大是多少？”（结合规律与整数条件，深化逻辑推理）；</p> <p>实践层：测量家中 1 个长方形物品（如课本），用周长、面积公式验证“长和宽越接近面积越大”，写 300 字探究记录（强化几何直观与数学应用）。</p>	
<p>特设创意</p>	<p>“设元策略辩论”活动：在任务 2 中，设计“直接设面积 vs 间接设长”的微型辩论，让学生用“能否列方程”“是否简便”为理由论证，在辩论中深化对设元合理性的理解，避免被动接受方法。</p> <p>“数据可视化探究板”：将各组计算的“长、宽、面积”数据用磁贴贴在黑板的“长 - 宽差距”坐标轴上（横轴为差距，纵轴为面积），形成直观的“差距越小，面积越高”的趋势图，让规律“看得见”，强化几何直观。</p> <p>“生活问题反向设计”：让学生自主设计“用固定长度材料围长方形”的生活问题（如“围鸡舍”“做相框”），并标注“需要用方程解决的条件”，在设计中深化“生活→数学”的转化思维。</p>	
<p>教学反思</p>	<p>（一）成功之处</p> <p>素养培养贯穿始终：从情境导入的几何直观，到建模环节的数学建模，再到规律探索的数学抽象，每个环节均紧扣核心素养，实现“知识学习”与“素养发展”的同步。</p> <p>学生主体地位突出：通过“设元辩论”“分组探究”等活动，</p>	

让学生在自主思考、合作交流中掌握知识，避免“教师讲、学生听”的被动模式，规律探索的参与度达 90% 以上。

生活与数学紧密关联：从导入到作业均以生活实例为载体，学生能直观感受“数学有用”，学习兴趣明显提升。

（二）改进方向

对学困生的支持不足：在规律探索的计算环节，部分学困生对“用字母表示长和宽”仍有困难，可预设“长 = $15+a$ ，宽 = $15-a$ （ a 为差距的一半）”的辅助设元法，降低表示难度。

规律本质的挖掘可深化：学生虽能总结“长和宽越接近面积越大”，但对“为什么”（如用代数方法证明：周长 $2C$ ，长 = $C+a$ ，宽 = $C-a$ ，面积 = C^2-a^2 ， a 越小面积越大）的理解不足，可在提升层作业中补充代数证明，满足学优生需求。

评价方式可更细化：目前对“数学建模”的评价仅通过解题正确率，可设计“建模步骤评分表”（设元合理性、等量关系准确性、验证完整性），更精准反馈素养落实情况。

通过本次教学，学生基本掌握了用一元一次方程解决长方形问题的方法，也初步感知了面积变化规律，但在“灵活设元”和“规律本质理解”上仍需强化。后续将通过针对性练习和分层辅导，进一步落实核心素养培养目标。

