

# 6.1 二元一次方程组和它的解

邢博禹 吉林省长春市长春市第八十七中学

## 一、教材分析

本节课《二元一次方程组和它的解》是华师大版初中数学七年级下册第六章第一节《一次方程组》第一课时的内容。在此之前，学生已经学习了一元一次方程，这为过渡到本节的学习起着铺垫作用。本节内容主要学习二元一次方程组和它的解等三个概念。本节内容既是前面知识的深化和应用，又是今后用二元一次方程组解决生活中的实际问题的预备知识，占据重要的地位，是学生新的方程建模的基础课，为今后学习一次函数以及其他学科（如：物理）奠定基础，同时建模的思想方法对学生今后的发展有引导作用，因此本节课具有承上启下的作用。

## 二、学情分析

七年级学生思维活跃，好奇心强，希望平等交流研讨，厌烦空洞的说教。因此，在教学过程中，积极采用形象生动、形式多样的教学方法和学生广泛的、积极主动参与的学习方式，激发他们的兴趣。一方面通过学案与课件，使他们的注意力始终集中在课堂上；另一方面创造条件和机会，让学生自主练习，合作交流，培养学生学习的主动性、与人合作的精神，激发学生的兴趣和求知欲，感受成功的乐趣。

## 三、教学目标

1. 了解二元一次方程（组）及其解的定义。
2. 会识别是否是二元一次方程（组）。
3. 会列二元一次方程组，并检验一组数是不是某个二元一次方程组的解。
4. 通过本节课的学习，让学生初步体会数学建模的思想，并增强解决问题的能力。

## 四、教学重难点

**重点：**了解二元一次方程（组）及其解的定义并会识别是否是二元一次方程（组）。

**难点：**会列二元一次方程组，并检验一组数是不是某个二元一次方程组的解。

## 五、教学过程

### ■ 本章引入

“我们的小世界杯”足球赛规定：胜一场得3分，平一场得1分，负一场得0分，勇士队赛了9场，共得17分，已知这个队负了2场，那么这个队胜了几场？平了几场呢？



\* 本章将研究一次方程组的解法，并应用一次方程组解决一些实际问题，从中体会消元的思想方法。

**设计意图：**通过实际问题的引入，让学生明白数学可以很容易得解决生活中的各种问题，认识到数学与生活息息相关。

## ■ 探究新知

### 活动一：二元一次方程的定义

**问题 1：**暑假里，某地组织了“我们的小世界杯”足球邀请赛。比赛规定：胜一场得 3 分，平一场 1 分，负一场得 0 分。勇士队在第一轮比赛中赛了 9 场，负了 2 场，共得 17 分。那么这个队胜了几场？平了几场呢？



### 思考：

1. 问题 1 中告诉了我们哪些等量关系？
2. 问题 1 中有两个未知数，如果分别设胜了  $x$  场，平了  $y$  场，又会怎样呢？

**师生活动：**小组形式汇报。

### 结论：

1. 胜场数 + 平场数 + 负场数 = 总场数  
胜场得分 + 平常得分 + 负场得分 = 总分数
2.  $x + y = 9 - 2$   
 $3x + y = 17$

**设计意图：**引导学生学会独立思考，通过建模的形式找出两个等量关系，并常使用两个未知数解决相关问题，从而引出接下来二元一次方程的相关知识。

**问题 2：**如下图所示，他们到底去了几个成人，几个儿童呢？



设他们中有 $x$ 个成人， $y$ 个儿童。你能得到怎样的方程？

**师生活动：**小组形式汇报。

$$x+y=8$$

$$5x+3y=34$$

**思考：**问题 1 和问题 2 的这几个方程有什么共同特点？

**师生活动：**学生先独立思考，再小组交流，最后以小组为代表汇报展示。

**结论：**都有两个未知数，未知数项的次数都为 1。

**概念归纳：**含有两个未知数，并且含有未知数的项的次数都是 1 的方程，叫做二元一次方程。

### 活动二：二元一次方程组的定义

**思考：**问题 1 中，方程 $x + y = 9 - 2$ 和 $3x + y = 17$ 中， $x$ 的含义相同吗？ $y$ 呢？

**结论：**

$x, y$ 所代表的对象分别相同，因而 $x, y$ 必须同时满足方程 $x + y = 9 - 2$ 和 $3x + y = 17$ ，把它们联立起来，得：

$$\begin{cases} x + y = 9 - 2 \\ 3x + y = 17 \end{cases}$$

**定义：**像这样共含有两个未知数的两个一次方程所组成的一组方程，叫做二元一次方程组。

**设计意图：**引导学生自行归纳出二元一次方程组的概念，提高学生学习的积极性。

### 活动三：二元一次方程（组）的解

师：还记得怎样检验一元一次方程的解吗？

生：将解代入原方程的左边和右边，如果左边=右边，则这个数就是方程的解。

师：问题： $x=5$ 与 $y=2$ 是方程 $x+y=9-2$ 的解吗？是方程 $3x+y=17$ 的解吗？

**概念归纳：**使二元一次方程组中两个方程的左、右两边的值都相等的一对未知数的值，叫做二元一次方程组的解。

### ■ 应用新知

**例：**某校现有校舍 20000  $m^2$ ，计划拆除部分旧校舍，改建新校舍，使校舍总面积增加 30%，若新建校舍的面积为被拆除的旧校舍面积的 4 倍，则应拆除多少旧校舍，建造多少新校舍？



若设应拆除 $x \text{ m}^2$ 旧校舍，建造 $y \text{ m}^2$ 新校舍，请你根据题意列出方程组。

**师生活动：**学生先独立思考，再小组交流，最后以小组为代表汇报展示。

答： 
$$\begin{cases} 20000 - x + y = 20000(1 + 30\%) \\ 4x = y \end{cases} .$$

### ■ 课堂练习

1. 已知 $|m - 1|x^{|m|} + y^{2n-1} = 3$ 是二元一次方程，则 $m+n=$ \_\_\_\_\_。

答： 0

**师生活动：**学生先独立思考再作答。

2. 下列方程组中，不是二元一次方程组的是\_\_\_\_\_。（填序号）

① 
$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 4x - y = 25 \end{cases}$$

② 
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

③ 
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ \frac{1}{x} + y = 2 \end{cases}$$

④ 
$$\begin{cases} x^2 + y = 3 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

答： ③④

**师生活动：**学生先独立思考再作答。

3. 设适当的未知数，列出二元一次方程组：

(1) 甲、乙两数的和为 14，甲数的 $\frac{1}{3}$ 比乙数的 2 倍少 7，求这两个数；

(2) 摩托车的速度是货车速度的 $\frac{3}{2}$ 倍，两车从相距 75 km 的两地同时出发，相向而行，45 min 后相遇，求摩托车和货车的速度；

答： (1) 设甲数为 $x$ ,乙数为 $y$ ,则：

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ \frac{1}{3}x + 7 = 2y \end{cases}$$

(2) 设摩托车速度为 $x \text{ km/h}$ ,货车速度为 $y \text{ km/h}$ ,则：

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2}y \\ \frac{45}{60}(x+y) = 75 \end{cases}$$

**师生活动：**老师提问学生代表展示问题答案。

4. 已知三对数值：①  $\begin{cases} x = -8 \\ y = 10 \end{cases}$     ②  $\begin{cases} x = 0 \\ y = -6 \end{cases}$     ③  $\begin{cases} x = 10 \\ y = -1 \end{cases}$

(1) 哪几对数值能使方程  $x - y = 6$  的左右两边的值相等？

(2) 哪几对数值是方程组  $\begin{cases} x - y = 6 \\ 2x + 31y = -11 \end{cases}$  的解？

**答：** (1) ① ② ③

(2) ③

**设计意图：**通过练习让学生进一步熟悉巩固本节课所学的知识。

### 【课堂检测】

1. 关于  $x$ 、 $y$  的方程  $ax^2 + bx + 2y = 3$  是一个二元一次方程，则  $a$ 、 $b$  的值分别为 ( )

A.  $a=0$  且  $b=0$                   B.  $a=0$  或  $b=0$

C.  $a=0$  且  $b \neq 0$                 D.  $a \neq 0$  且  $b \neq 0$

**答：** C

2. 已知  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$  是方程  $2x - 4y + 2a = 3$  的一组解，则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**答：**  $\frac{1}{2}$

3. 若方程  $2x^{2m} + 3y^{3n-7} = 0$  是关于  $x$ 、 $y$  的二元一次方程，则  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**答：**  $-1$      $\frac{8}{3}$

4. 写出方程  $x + 2y = 5$  在自然数范围内的所有解.

**答：**  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$      $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$      $\begin{cases} x = 5 \\ y = 0 \end{cases}$

5. 把一根长 13 m 的钢管截成 2 m 或 3 m 长两种规格的钢管，怎样截不造成浪费？你有几种不同的截法？

**解：** 设截成 2 m 长的钢管  $x$  根，3 m 长的钢管  $y$  根，

则  $2x + 3y = 13$ ,

$\because x$ 、 $y$  均为非负整数， $\therefore \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

$\therefore$  有 2 种不同的截法

3m 长 1 根、2m 长 5 根以及 3m 长 3 根、2m 长 2 根.

### ■ 归纳总结

**师生活动：**教师和学生一起回顾本节课所讲的内容。

1. 本节课你学到了什么？

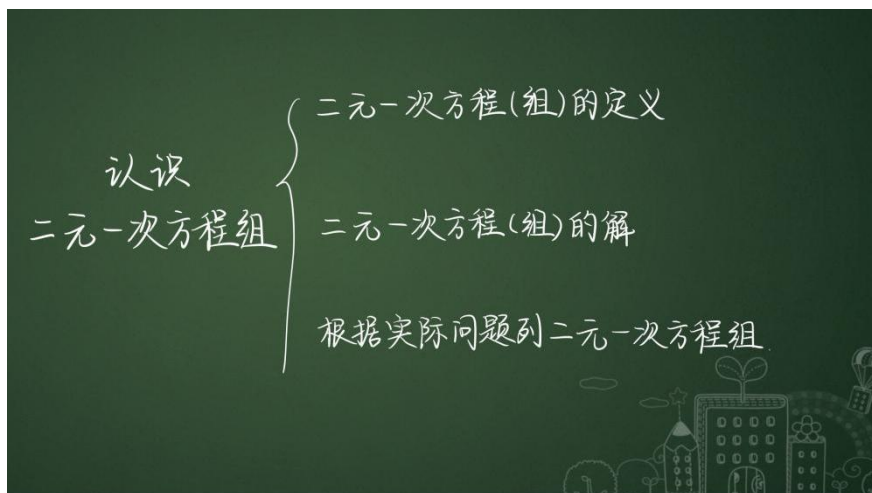
2. 二元一次方程（组）的定义？二元一次方程组解的定义？

**设计意图：**通过小结让学生进一步熟悉巩固本节课所学的知识。

## ■ 实践作业

生活中还有与二元一次方程组和它的解有关的实例吗？想一想。

## 六、板书设计



美国国家研究委员会在《人人关心数学教育的未来》的报告中指出“没有一个人能教好数学，好的教师不是在教数学，而是在激发学生自己去学数学”。只有学生通过自己的思考建立对数学的理解力，才能真正的学好数学。本节课，我致力于让学生自己去发现数学，研究数学，加强数学思想、方法及科学研究方法的指导，引导学生不断从“学会数学”到“会学数学”，但教无止境，课堂仍然留有遗憾，在今后的教学中，我将从这样的三个方面加强对课堂的研究：一是加强对学法研究、学情研究，让教学方式与内容更符合学生认知规律，更贴近学生实际；二是重视学生课堂的学习感受，营造民主、开放、合作、竞争的学习氛围；三是提高教学机智、不断创新优化教学方法，科学、合理、灵活地处理课堂上生成的问题。