8.2.1 多边形的内角和

谢金慧 吉林省长春市长春高新技术产业开发区慧谷学校

一、教学指导思想

紧扣 2022 版新课标，突出核心素养导向

1. 以核心素养发展为根本目标

数学抽象：通过从具体多边形（四边形、五边形）到 n 边形的抽象过程，培养符号意识与一般化能力。

逻辑推理：采用"观察—猜想—验证—证明"的完整探究路径，强化演绎推理与归纳推理能力。

几何直观：借助动态呈现直观展示对角线分割过程，建立图形与公式的关联。

应用意识：结合建筑、艺术中的多边形案例（如蜂巢结构、地砖铺设），体现数学的实用价值。

2. 贯彻"三会"教育理念

会用数学的眼光观察：引导学生从生活实例（如足球图案、窗户框架）中发现多边形特征。

会用数学的思维思考：通过问题链驱动：

问题 1：三角形内角和已知，四边形能否转化为三角形？

问题 2：五边形需要分割成几个三角形？

问题 3：n 边形的分割规律是什么？

会用数学的语言表达：规范使用"顶点""对角线""内（外）角"等术语，鼓励学生用公式$(n-2)\times180°$精准描述规律。

3. 体现新版教材特色

结构化教学：将内角和与外角和作为整体研究，揭示"内角+外角=180°"的统一关系，呼应教材"性质—应用"的编排逻辑。

差异化设计：设置分层任务：

基础层：通过测量计算具体多边形内角和（如正六边形）

提高层：推导凹多边形内角和公式的适用性

信息技术融合：利用动画演示"多边形边数增加时外角和不变"的动态过程，化解认知难点。

4. 遵循认知发展规律

从感性到理性：先通过剪纸拼图获得感性认识，再过渡到严格证明。

从特殊到一般：教学路径设计：

具体案例（四边形、五边形）

发现规律 → 猜想 n 边形结论 → 严格证明 → 应用拓展

从直观到抽象：通过"几何画板"动态展示多边形分割过程，辅助学生理解$(n-2)$的几何意义。

5. 渗透学科育人价值

科学精神：通过"古希腊数学家如何发现该公式"的数学史话（如欧几里得《几何原本》），培养探索精神。

文化自信：介绍中国传统建筑中的多边形应用（如故宫窗棂图案），增强文化认同。

美学教育：分析正多边形在艺术设计中的对称美，发展审美素养。

二、内容分析

《多边形的内角和》是华师版七年级下册第八章第二节第 1 课时内容．在此之前，学生已经学习了三角形的相关知识，包括三角形的内角和定理等．三角形作为最简单的多边形，是研究多边形的基石，学生在学习三角形过程中积累的观察、分析、归纳等经验，都为学习多边形内角和提供了重要基础．

多边形内角和是对三角形内角和知识的拓展与延伸．通过对多边形内角和的探究，能让学生进一步体会从特殊到一般的数学思想，感悟将复杂图形转化为简单图形来研究的化归思想．这不仅有助于学生深化对几何图形的认识，还为后续学习多边形的外角和、用正多边形铺设地面等知识做好铺垫，同时对今后学习平行四边形、梯形等特殊四边形以及圆的相关知识，在方法和思维上起到了重要的衔接作用．

三、学情分析

七年级学生对新鲜事物普遍充满好奇心，多边形在生活中的广泛应用，如蜂巢、地砖等形状，能够激发学生对多边形内角和知识的学习兴趣．这种生活实例的引入，让学生感受到数学与生活的紧密联系，认识到学习多边形内角和知识的实用性，从而提高他们主动学习的积极性．然而，数学知识的抽象性和逻辑性可能会使部分学生在学习过程中遇到困难，进而产生畏难情绪．尤其是在多边形内角和公式的推导过程中，若学生不能及时理解和掌握，可能会对后续的学习失去信心．

在学习态度方面，部分学生可能更倾向于被动接受知识，缺乏主动探索和质疑精神．在课堂上，可能习惯于跟随教师的节奏进行思考和回答问题，而对于一些开放性问题或需要自主探究的内容，缺乏主动尝试和深入思考的动力．教师需要通过多样化的教学方法和激励措施，引导学生转变学习态度，培养他们主动探索、积极思考的学习习惯．

四、教学目标

1．理解多边形的概念和正多边形的概念．

2．了解多边形的内角、外角、对角线等概念．

3．在三角形内角和定理基础上，利用分割法探究多边形内角和计算公式．

4．经历质疑、猜想、归纳等活动，发展学生的推理能力，积累数学活动的经验，在探索中学会与人合作，学会和别人交流自己的思想和方法．

教学重难点

重点：多边形及相关概念（内角、外角、对角线等）的理解.

难点：利用分割法将多边形问题转化为三角形问题推导内角和公式.

五、教学过程

■ **情境导入**

从下列生活图片中，能抽象出哪些图形呢？

师生活动：学生通过已学的知识进行思考，并举手发言.

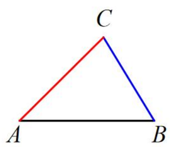
答：三角形，长方形，四边形，六边形，八边形.

设计意图：引导学生从熟悉场景中抽象出图形，复习旧知，自然引入多边形主题，同时培养学生观察与抽象思维能力，为后续学习多边形概念及内角和知识做铺垫.

■ **探究新知**

活动一：多边形的相关概念

试一试：三角形有三个内角、三条边，我们也可以把三角形称为三边形(但我们习惯称为三角形).

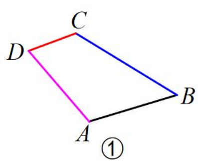


你能说出三角形的定义吗？

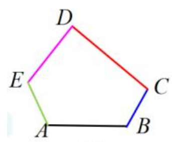
答：由三条不在同一条直线上的线段首尾顺次连结组成的平面图形叫作三角形.

你能说出什么叫做四边形、五边形吗？

答：



①



②

由四条不在同一条直线上的线段首尾顺次连结组成的平面图形叫作四边形.

如图①，记为：四边形 $ABCD$

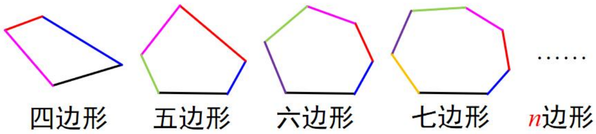
由五条不在同一条直线上的线段首尾顺次连结组成的平面图形叫作五边形.

如图②，记为：五边形 $ABCDE$

多边形的定义：

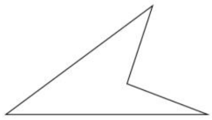
一般地，由 n 条不在同一条直线上的线段首尾顺次连结组成的平面图形称为 n 边形，也即我们

通常所说的多边形．



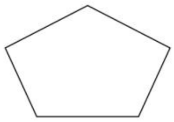
n 边形有 n 条边，n 个顶点．

注意：



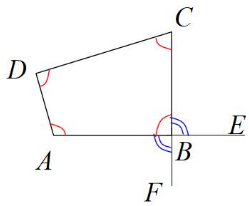
这也是四边形，但不在我们目前的研究范围内．

我们现在研究的多边形都是凸多边形．即画出多边形的任何一条边所在直线，整个多边形都在这条直线的同一侧．



设计意图：从三角形过渡到四边形、五边形等，逐步增加边数，让学生观察、总结共同特征，自主归纳多边形定义，培养抽象概括与逻辑思维能力．

与三角形类似，如图所示，



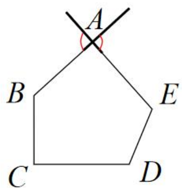
$\angle A$、$\angle D$、$\angle C$、$\angle ABC$ 是四边形 $ABCD$ 的四个内角．

$\angle CBE$ 和 $\angle ABF$ 都是与 $\angle ABC$ 相邻的外角，两者互为对顶角．

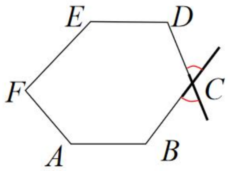
四边形一共有 4 个内角，8 个外角．

思考：五边形、六边形分别有多少个内角？多少个外角？n 边形呢？

答：



五边形一共有 5 个内角，10 个外角．



六边形一共有 6 个内角，12 个外角．

...

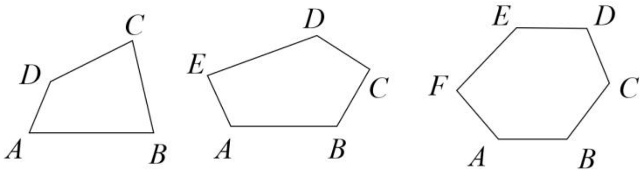
n 边形一共有 n 个内角，$2n$ 个外角．

设计意图：在于通过具体图形，引导学生认识多边形的内角和外角概念．

一般地，如果多边形的各边都相等，各内角也都相等，那么就称它为正多边形．

连结多边形不相邻的两个顶点的线段叫做多边形的对角线．

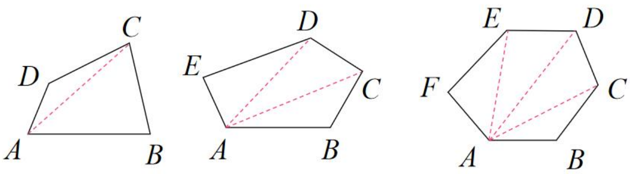
思考：从多边形的一个顶点出发，一共可以画几条对角线？



观察上面几个图形，完成下面的表格．

多边形的边数	3	4	5	6	7	8	…	n
从一个顶点出发可以连对角线的条数	0	1					…	

答：对角线：

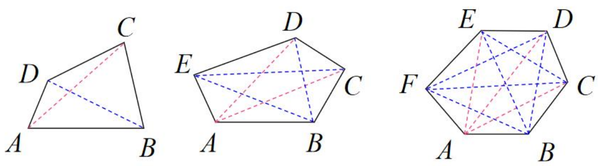


表格：

多边形的边数	3	4	5	6	7	8	…	n
从一个顶点出发可以连对角线的条数	0	1	2	3	4	5	…	$n-3$

追问：还可以画出哪些对角线？

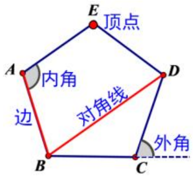
答：



四边形有 2 条对角线，五边形有 5 条对角线，六边形有 9 条对角线．

n 边形有$\frac{n(n-3)}{2}$条对角线．

归纳：



组成多边形的各条线段：边.

相邻两条边的公共端点：顶点.

相邻两边组成的角：内角.

多边形的边与它邻边的延长线组成的角：外角.

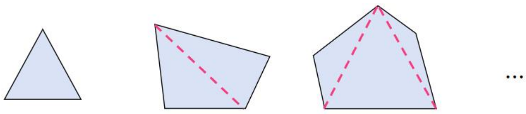
连结多边形不相邻的两个顶点的线段：对角线.

在平面内，边相等、角也都相等的多边形叫做正多边形.

设计意图：结合多边形的有关概念，培养学生抽象能力和观察能力，引导学生规范表达，帮助学生更好的学习概念.

活动二：多边形的内角和

由图中可以看出，从多边形的一个顶点引出的对角线把多边形划分为若干个三角形．我们已知一个三角形的内角和等于 180°，那么四边形的内角和等于多少呢？五边形、六边形呢？



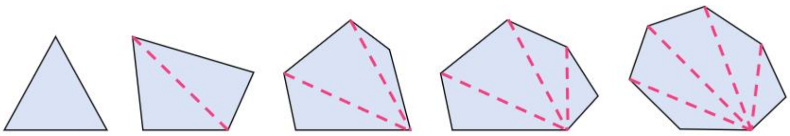
三角形　　四边形　　五边形　　…　　n边形

师生活动：教师提出问题，学生动手操作，思考后回答问题.

答：180°×2；180°×3；180°×4

问题：n 边形的内角和呢？

探究：为了求得 n 边形的内角和，请根据下图，完成表格.



多边形的边数	3	4	5	6	7	…	n
分成的三角形个数	1	2				…	
多边形的内角和	180°					…	

答：

多边形的边数	3	4	5	6	7	…	n
分成的三角形个数	1	2	3	4	5	…	$n-2$
多边形的内角和	180°	360°	540°	720°	900°	…	$(n-2)\cdot 180°$

由此，我们得出 n 边形的内角和等于$(n-2)\cdot 180°$($n \geq 3$，n 为正整数)

设计意图：借助表格形式梳理不同边数多边形的内角和计算过程，让学生直观对比、分析数据规律，进一步明确多边形内角和与边数的联系，从而顺利归纳出 n 边形内角和公式，强化学生对公式的理解与推导能力，提升数学思维的严谨性.

读一读：

"归纳推理"是数学中的一种推理方式，体现了从特殊到一般的推理过程．在这里，我们通过对三边形、四边形、五边形等的探索，发现它们的内角和与边数之间存在某种逻辑关系，从而归纳出多边形的内角和公式．这种归纳推理的方式，我们今后还会经常用到．当然，"看"出来的数学结论未必一定正确，但它们还是给我们指引了研究的方向．因此，归纳推理和演绎推理相结合是必要的.

■ **应用新知**

经典例题

师生活动：学生独立思考作答，教师巡视指导，全班展示交流.

例 1：求八边形的内角和.

分析：由于是八边形，所以$n=8$，代入多边形内角和公式计算即可.

解：八边形的内角和为

$(n-2)\times 180^\circ = (8-2)\times 180^\circ = 1080^\circ$.

例 2：已知一个多边形的内角和等于 2160°，求这个多边形的边数.

解：设这个多边形的边数为 n，根据题意，得

$(n-2)\cdot 180^\circ = 2160^\circ$.

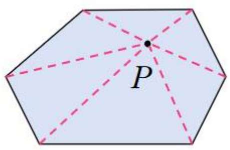
解得　　$n=14$.

因此，这个多边形的边数为 14.

设计意图：通过学生参与活动，激发学生参与课堂教学的热情，让学生加深多边形内角和公式的掌握.

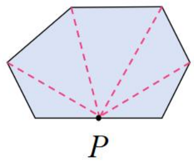
试一试：你有其他方法证明多边形的内角和吗？

在 n 边形内任取一点 P，连结点 P 与多边形的每一个顶点，可得 n 个三角形．则 n 边形的内角和等于 n 个三角形的内角和减去周角 P.

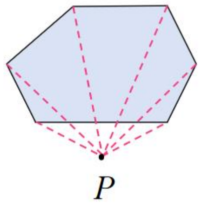


即　　$n\cdot 180^\circ - 360^\circ = (n-2)\cdot 180^\circ$

若是将点 P 取在多边形的边上以及多边形的外面，你能证明吗？



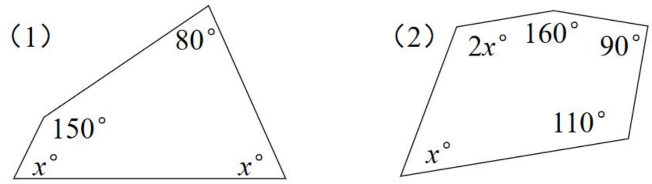
$(n-1)\cdot 180° - 180° = (n-2)\cdot 180°$



$(n-1)\cdot 180° - 180° = (n-2)\cdot 180°$

■ 课堂练习

1．求下列图形中 x 的值．



解：（1）∵$x + x + 150 + 80 = (4-2)\cdot 180$，∴$x = 65$．

（2）∵$x + 2x + 160 + 90 + 110 = (5-2)\cdot 180$，∴$x = 60$．

2．已知一个多边形的内角和等于 1440°，求这个多边形的边数．

解：设这个多边形的边数为 n，根据题意，得

$(n-2)\cdot 180° = 1440°$.

解得　　$n = 10$．

因此，这个多边形的边数为 10．

3．若两个多边形的边数之比是 1：2，内角和度数之和为 1440°，则这两个多边形的边数分别是多少？

解：设这两个多边形的边数为 m 和 $n(m < n)$ ，根据题意，得

$$\begin{cases} 2m = n \\ (m-2)\cdot 180° + (n-2)\cdot 180° = 1440° \end{cases}$$

解得　　$m = 4$，$n = 8$．

因此，这两个多边形的边数分别为 4 和 8．

设计意图：让学生进一步巩固所学知识，掌握多边形的内角和公式．

■ 课堂检测

限时训练

1．判断．

（1）当多边形边数增加时，它的内角和也随着增加．（　　）

（2）从 n 边形一个顶点出发，可以引出$(n-2)$条对角线，得到$(n-2)$个三角形．（　　）

答：（1）√；（2）×．

2．五边形的内角和为___，它的对角线有____条．

答：540°，5．

3．如果一个多边形的边数增加一条，那么这个多边形的内角和增加________.

答：180°．

4．一个多边形的内角和不可能是（　　）

A．1800°　　　　B．540°　　　　C．720°　　　　D．810°

答：D．

5．一个多边形从一个顶点可引对角线 3 条，这个多边形内角和等于（　　）

A．360°　　　　B．540°　　　　C．720°　　　　D．900°

答：C．

设计意图：通过课堂检测，查缺补漏，进一步加深对多边形内角和公式的掌握.

■ **归纳总结**

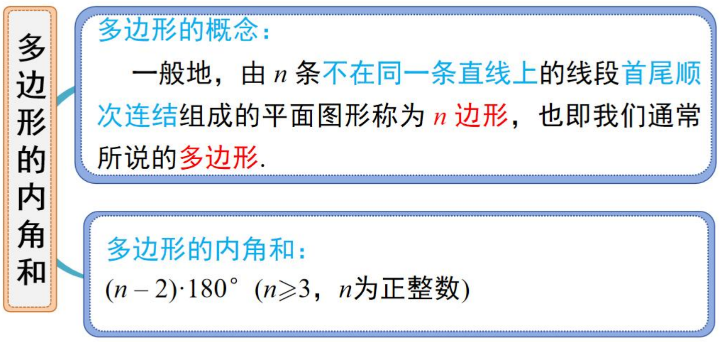
师生活动：教师和学生一起回顾本节课所讲的内容.

1．本节课你学到了什么？

2．说一说多边形的相关概念？

3．多边形的内角和计算公式是怎样的？

答：

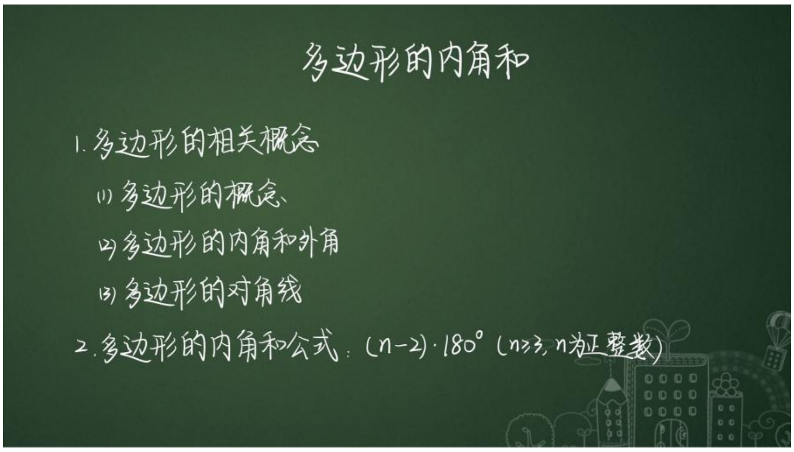


设计意图：通过小结让学生进一步熟悉巩固本节课所学的知识.

■ **实践作业**

任意的画一个多边形，试着说出它的内角和，并与同学交流你是怎样得到的.

六、板书设计



七、教学反思

教学中，利用学生已有的三角形知识引导探究是亮点，学生能初步尝试推导，积极性较高．但问题也不少，从学情来看，部分学生在知识迁移上卡壳，面对复杂多边形不知如何转化为三角形求解内角和，反映出我对转化思想渗透不足．小组合作时，个别学生主导，部分参与度低，今后要优化分组与引导策略．练习环节，不少学生因概念混淆、计算粗心出错，后续需强化概念辨析，设计针对性计算练习．同时，多引入生活实例，如拼图游戏，激发学习兴趣，助力学生跨越抽象思维难关，提升课堂实效．