

华师版七年级下册（2024版）第六章《一次方程组》单元评价题

一、命题理念

本单元评价测试题以《义务教育数学课程标准（2022年版）》为指导，围绕“方程与不等式”主题，结合生活情境与数学思想方法，分层设计试题，考查学生对一次方程组的理解、求解能力以及在实际问题中的应用能力，体现数学建模、逻辑推理、运算能力等核心素养。

二、总体评价框架

1. 评价维度

本单元评价测试题在设置是围绕数学核心素养进行，具体分布如表 1。

表 1 单元评价测试题中的数学核心素养分布表

核心素养	考查重点	对应题号
数学抽象	二元一次方程概念理解	1, 2, 9
逻辑推理	解题方法选择与优化	3, 4, 5, 17
数学建模	实际问题转化为方程组	6, 7, 14, 18, 20 (1)
数学运算	解方程组的准确性与效率	10, 11, 12, 13, 15, 16
数据分析	方案设计与最优解选择	8, 19, 20 (2) (3)

2. 能力水平分级

本单元评价测试题在能力考查方面分为四个水平，分别是基础理解、方法应用、综合运用和拓展创新。相应的题目分布如下。

水平一（基础理解）：题号 1, 2, 3, 9, 10。

水平二（方法应用）：题号 4, 5, 11, 12, 13, 15。

水平三（综合运用）：题号 6, 7, 14, 16, 18。

水平四（拓展创新）：题号 8, 17, 19, 20。

三、典型错误分析与教学建议

本套单元评价测试题在吉林省长春市某学校进行了测试，参与测试的人数共 1173 人，平均分 75.7 分，最高分 100 分，优秀率 18.2%（90 分及以上），合格率 84.1%（60 分及以上）。每道题的得分率如表 2。

表2 单元评价测试题的得分率

题号	题型	年级得分率
1	选择题	96.88%
2		97.59%
3		98.57%
4		93.3%
5		94.91%
6		89.55%
7		63.21%
8		83.75%
9	填空题	91.34%
10		75%
11		88.75%
12		78.75%
13		69.82%
14		74.82%
15	解答题	91.96%
16		74.9%
17		67.5%
18		77.99%
19		68.34%
20		56.86%

通过本次测验，学生的错误主要集中在以下四个方面，本文给出了相应的解决对策。

1. 概念理解类错误

表现：混淆二元一次方程与二元二次方程。

对策：通过对比辨析，强调"一次"的含义。

2. 方法选择类错误

表现：代入法与加减法选择不当。

对策：总结两种方法的适用情形。当某个系数为 ± 1 时更适用代入法，当同一未知数系数成倍数时更适用加减法。

3. 建模转化类错误

表现：无法从实际问题中提取等量关系。

对策：在日常教学中加强学生文字语言与数学语言的转换训练。

4. 运算过程类错误

表现：去分母、移项、系数化1出错。

对策：规范书写步骤，强化检验意识。

四、分层教学建议

基础层（得分率 $<60\%$ ）的学生的教学重点是巩固基本概念，掌握代入法、加减法。可以适当练习如选择题 1-4，填空题 9-10，解答题 15 这样的题目。

提高层（得分率 $60\%-90\%$ ）的学生的教学重点是提升方法灵活性，加强应用建模。可以适当练习如选择题 5-7，填空题 11-13，解答题 16-18 这样的题目。

拓展层（得分率 $>90\%$ ）的学生的教学重点是发展数学思维，解决复杂问题。可以适当练习如选择题 8，填空题 14，解答题 19-20 这样的题目。

五、核心素养达成评价

通过本套单元评价测试题，希望在在不同素养维度上提高学生的数学核心素养，根据测试结果，给出相关的教学建议。

素养维度	达成标准	教学建议
数学抽象	理解二元一次方程本质特征	加强概念辨析训练
逻辑推理	能选择优化解题策略	开展一题多解教学
数学建模	建立实际问题的方程模型	增加生活情境应用题
数学运算	准确熟练解方程组	规范书写，强化检验
数据分析	能从多方案中优化选择	培养最优化思想

使用说明：本评价标准适用于单元测试后的试卷分析、教学反思及后续教学调整。教师可根据学生具体答题情况，结合本标准进行个性化指导。

六、评价说明

本套单元评价测试题注重基础与能力并重，情境真实、思维层次分明，既考查学生对二元一次方程组的掌握情况，也体现数学与生活的联系，适合用于单元学习后的形成性评价。

附件 1:

二元一次方程组单元测试

时间: 60 分钟 满分: 100 分

一、选择题 (每小题 3 分, 共 24 分)

1. 下列方程中, 是二元一次方程的是 ()

- A. $2x - y = z$ B. $3xy + 1 = 0$ C. $0.5 + y = 3$ D. $x = \frac{1}{2}y$

2. 已知 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 是二元一次方程 $4kx - 3y = -1$ 的解, 则 k 的值是 ()

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

3. 用代入法解方程组 $\begin{cases} 2x - 3y = 5, & \text{①} \\ y = 3x - 11. & \text{②} \end{cases}$ 时, 将方程②代入方程①正确的是 ()

- A. $2x - (3x - 11) = 5$ B. $2x - 3x - 11 = 5$ C. $2x - 3 \times 3x - 11 = 5$ D. $2x - 3 \times (3x - 11) = 5$

4. 在解二元一次方程组 $\begin{cases} x - 2y = 2, & \text{①} \\ 4x - 2y = 5. & \text{②} \end{cases}$ 时, 下列方法中无法消元的是 ()

- A. ① - ② B. 由①变形得 $x = 2 + 2y$ ③, 将③代入②
C. ① $\times 4$ + ② D. 由②变形得 $2y = 4x - 5$ ③, 将③代入①

5. 小红在解关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x - \otimes y = 5 \\ x + \otimes y = 7 \end{cases}$ 时, 得到了正确的结果是 $\begin{cases} x = \oplus \\ y = 1 \end{cases}$,则“ \oplus ”、“ \otimes ”的值是 ()

- A. 4, 1 B. 4, 2 C. 4, 3 D. 4, 4

6. 我国明代《算法统宗》一书中有这样一道题: “一支竿子一条索, 索比竿子长一托, 对折索子来量竿, 却比竿子短一托 (一托=5 尺).”大意是: 现有一根竿和一条绳索, 如果用绳索去量竿, 绳索比竿长 5 尺; 如果将绳索对折后再去量竿, 就比竿短 5 尺, 则竿子、绳索各几尺? 设竿长 x 尺, 绳索长 y 尺, 则符合题意的方程组是 ()

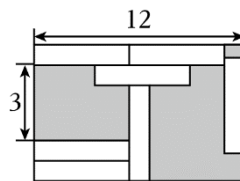
- A. $\begin{cases} x + 5 = y \\ x - 5 = \frac{1}{2}y \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + 5 = y \\ 2x - 5 = y \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = y + 5, \\ x - 5 = \frac{y}{2} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + 5 = y, \\ x - 5 = 2y \end{cases}$

7. 机械厂加工车间有 85 名工人, 平均每人每天加工大齿轮 16 个或小齿轮 10 个, 2 个大齿轮和 3 个小齿轮配成一套, 则需分别安排多少名工人加工大、小齿轮, 才能使每天加工的大小齿轮刚好配套. 假设有 x 人加工大齿轮, y 人加工小齿轮, 则列出的方程组为 ()

- A. $\begin{cases} x+y=85 \\ 3 \times 16x=2 \times 10y \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=85 \\ 2 \times 10x=3 \times 16y \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+y=85 \\ 2 \times 16x=3 \times 10y \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=85 \\ 2 \times 16y=3 \times 10x \end{cases}$

8. 如图，把 7 个相同的小长方形放入大长方形中，则此大长方形的面积是 ()

- A. 38 B. 84 C. 108 D. 132



第 8 题图

二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

9. 已知 $3x^{|m|} + (m+1)y = 6$ 是关于 x, y 的二元一次方程, 则 m 的值是_____.

10. 由 $2x - 3y = 1$, 用含 x 的代数式表示 y 为: _____.

11. 若单项式 $-x^{m-1}y^3$ 与 $\frac{3}{2}x^n y^{m+n}$ 的和是单项式, 则 $2m - n =$ _____.

12. 三元一次方程组 $\begin{cases} x - y + z = -3, \\ x + 2y - z = 1, \\ x + y = 0 \end{cases}$ 的解是_____.

13. 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 4x + 2y = 5k - 4, \\ 2x + 4y = -1 \end{cases}$ 的解满足 $x - y = 1$, 则 k 的值为_____.

14. 小明带 25 元钱去超市买薯片和香肠, 已知薯片每袋 3 元钱, 香肠每根 2 元钱, 如果他恰好用完, 那么小明有_____种购买方案.

三、解答题 (共 58 分)

15. (10 分) 解二元一次方程组:

(1) $\begin{cases} 3x - 2y = -1, \\ x = 7 - 3y. \end{cases}$; (代入法)

(2) $\begin{cases} 3x - 4y = -4, \\ 6x + y = 10. \end{cases}$ (加减法)

16. (8 分) 甲、乙两人同时解方程组 $\begin{cases} mx + y = 5, & \text{①} \\ 2x - ny = 13. & \text{②} \end{cases}$, 甲看错了方程①中的 m , 解得 $\begin{cases} x = \frac{7}{2}, \\ y = -2 \end{cases}$, 乙看

错了方程中②的 n , 解得 $\begin{cases} x = 3, \\ y = -7. \end{cases}$

(1) 正确的 $m =$ _____, $n =$ _____;

(2) 求原方程组的解.

17. (8 分) 如果某个二元一次方程组的解中两个未知数的值互为相反数, 我们就称这个方程组为“关联方程组”.

(1) 判断方程组 $\begin{cases} 3x - y = 4, \\ x - 3y = 4 \end{cases}$ 是不是“关联方程组”，并说明理由；

(2) 如果关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x + 3y = 4 - a, \\ x - y = 3a \end{cases}$ 是“关联方程组”，求 a 的值.

18. (10分) 为了提倡节约用水，某市制定了两种收费方式：当每户每月用水量不超过 12m^3 时，按一级单价收费；当每户每月用水量超过 12m^3 时，超过部分按二级单价收费. 已知李阿姨家五月份用水量为 10m^3 ，缴纳水费 32 元. 七月份因孩子放假在家，用水量为 14m^3 ，缴纳水费 51.4 元.

(1) 问该市一级水费，二级水费的单价分别是多少？

(2) 李阿姨家某月缴纳水费为 64.4 元时，则用水量为_____ m^3 .

19. (10分) 【阅读材料】解方程组： $\begin{cases} x + y = 4, & \text{①} \\ 3(x + y) + y = 14. & \text{②} \end{cases}$

在本题中，先将 $x + y$ 看作一个整体，将①整体代入②，得 $3 \times 4 + y = 14$ ，解得 $y = 2$.

把 $y = 2$ 代入①得 $x = 2$ ，所以 $\begin{cases} x = 2, \\ y = 2 \end{cases}$.

这种解法称为“整体代换法”，你若留心观察，有很多方程组可采用此法解答.

【学以致用】请用这种方法解方程组 $\begin{cases} x - y - 1 = 0, & \text{①} \\ 4(x - y) - y = 5. & \text{②} \end{cases}$

【拓展提高】对于方程组 $\begin{cases} 2x + 5y = 3, & \text{①} \\ 4x + 11y = 5. & \text{②} \end{cases}$ ，若用“整体代换法”解，则方程②需要变形为

_____③，再把①代入③，得到_____，解得 $y =$ _____，从而方程组的解为_____.

【思维进阶】已知 x, y 满足方程组 $\begin{cases} 3x^2 - 2xy + 12y^2 = 47 \\ 2x^2 + xy + 8y^2 = 36 \end{cases}$ ，用“整体代换法”求得 xy 的值是_____.

20. (12分) 2023年12月18日晚，甘肃省积石山县发生6.2级地震后，深圳市某集团为灾区献爱心捐赠物资，若用2辆A型车和3辆B型车载满一次可运走18吨物资；1辆A型车和2辆B型车载满一次可运走11吨物资. 该集团现有捐赠物资31吨，计划同时租用A型车 m 辆，B型车 n 辆，将物资一次性运往甘肃省积石山县灾区，且恰好每辆车都载满物资.

(1) 1辆A型车和1辆B型车都载满物资一次可分别运送多少吨？

(2) 请你帮该集团设计租车方案.

(3) 若A型车每辆租金1000元/次，B型车每辆租金1200元/次，请选出最省钱的租车方案，并求出最少租金.

附件 2: 二元一次方程组单元测试解析

一、选择题 (每小题 3 分, 共 24 分)

1. 下列方程中, 是二元一次方程的是 ()

- A. $2x - y = z$ B. $3xy + 1 = 0$ C. $0.5 + y = 3$ D. $x = \frac{1}{2}y$

【解析】D。重点考查二元一次方程的定义。二元一次方程需满足：两个未知数、未知数次数为 1、整式方程

2. 已知 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 是二元一次方程 $4kx - 3y = -1$ 的解, 则 k 的值是 ()

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

【解析】A。重点考查方程解的意义。将 $x=2, y=3$ 代入方程 $4kx - 3y = -1$, 解得 $k=1$ 。

3. 用代入法解方程组 $\begin{cases} 2x - 3y = 5, & \text{①} \\ y = 3x - 11. & \text{②} \end{cases}$ 时, 将方程②代入方程①正确的是 ()

- A. $2x - (3x - 11) = 5$ B. $2x - 3x - 11 = 5$ C. $2x - 3 \times 3x - 11 = 5$ D. $2x - 3 \times (3x - 11) = 5$

【解析】D。重点考查代入法的规范步骤。

4. 在解二元一次方程组 $\begin{cases} x - 2y = 2, & \text{①} \\ 4x - 2y = 5. & \text{②} \end{cases}$ 时, 下列方法中无法消元的是 ()

- A. ① - ② B. 由①变形得 $x = 2 + 2y$ ③, 将③代入②
C. ① $\times 4$ + ② D. 由②变形得 $2y = 4x - 5$ ③, 将③代入①

【解析】C。重点考查加减消元法的适用条件。

5. 小红在解关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x - \otimes y = 5 \\ x + \oplus y = 7 \end{cases}$ 时, 得到了正确的结果是 $\begin{cases} x = \oplus \\ y = 1 \end{cases}$,

则“ \oplus ”、“ \otimes ”的值是 ()

- A. 4, 1 B. 4, 2 C. 4, 3 D. 4, 4

【解析】C。重点考查通过解反推参数。典型错误是忽略解需要同时满足两个方程

6. 我国明代《算法统宗》一书中有这样一道题：“一支竿子一条索，索比竿子长一托，对折索子来量竿，却比竿子短一托（一托=5 尺）。”大意是：现有一根竿和一条绳索，如果用绳索去量竿，绳索比竿长 5 尺；如果将绳索对折后再去量竿，就比竿短 5 尺，则竿子、绳索各几尺？设竿长 x 尺，绳索长 y 尺，则符合题意的方程组是 ()

A. $\begin{cases} x+5=y \\ x-5=\frac{1}{2}y \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+5=y \\ 2x-5=y \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=y+5, \\ x-5=\frac{y}{2} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+5=y, \\ x-5=2y \end{cases}$

【解析】A. 重点考查文字语言转化为数学语言。

7. 机械厂加工车间有 85 名工人，平均每人每天加工大齿轮 16 个或小齿轮 10 个，2 个大齿轮和 3 个小齿轮配成一套，则需分别安排多少名工人加工大、小齿轮，才能使每天加工的大小齿轮刚好配套。假设有 x 人加工大齿轮， y 人加工小齿轮，则列出的方程组为 ()

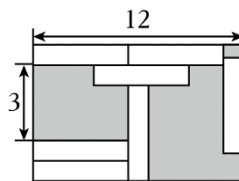
A. $\begin{cases} x+y=85 \\ 3 \times 16x=2 \times 10y \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=85 \\ 2 \times 10x=3 \times 16y \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+y=85 \\ 2 \times 16x=3 \times 10y \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=85 \\ 2 \times 16y=3 \times 10x \end{cases}$

【解析】A. 重点考查配套比例关系的建立。教学中强调配套问题中数量比例的转换。

8. 如图，把 7 个相同的小长方形放入大长方形中，则此大长方形的面积是 ()

- A. 38 B. 84 C. 108 D. 132

【解析】C. 重点考查图形中的数量关系。



第 8 题图

二、填空题 (每小题 3 分，共 18 分)

9. 已知 $3x^{|m|} + (m+1)y = 6$ 是关于 x, y 的二元一次方程，则 m 的值是_____.

【解析】1. $|m|=1$ 且 $m+1 \neq 0$ ，得 $m=1$ 。

10. 由 $2x-3y=1$ ，用含 x 的代数式表示 y 为: _____.

【解析】 $y = \frac{2x-1}{3}$ 。

11. 若单项式 $-x^{m-1}y^3$ 与 $\frac{3}{2}x^n y^{m+n}$ 的和是单项式，则 $2m-n =$ _____.

【解析】3. 单项式相加为单项式，则这两个单项式是同类型项， $\begin{cases} m-1=n \\ m+n=3 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=2 \\ n=1 \end{cases}$ ， $\therefore 2m-n=3$

12. 三元一次方程组 $\begin{cases} x-y+z=-3, \\ x+2y-z=1, \\ x+y=0 \end{cases}$ 的解是_____.

【解析】(1) 是“关联方程组”. (1分)

理由是: 方程组的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$, 所以是“关联方程组”. (4分)

(2) 解法一: \because 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x+3y=4-a, \\ x-y=3a \end{cases}$ 是“关联方程组”,

$\therefore x=-y$, 将其代入方程组, 得关于 y, a 的方程组, $\begin{cases} -y+3y=4-a, \\ -y-y=3a \end{cases}$, $\therefore a=-2$.

解法二: 将两个方程作和, 得 $2x+2y=4+2a$, 即 $x+y=2+a$, $2+a=0$, $\therefore a=-2$. (8分)

18. (10分) 为了提倡节约用水, 某市制定了两种收费方式: 当每户每月用水量不超过 12m^3 时, 按一级单价收费; 当每户每月用水量超过 12m^3 时, 超过部分按二级单价收费. 已知李阿姨家五月份用水量为 10m^3 , 缴纳水费 32 元. 七月份因孩子放假在家, 用水量为 14m^3 , 缴纳水费 51.4 元.

(1) 问该市一级水费, 二级水费的单价分别是多少?

(2) 李阿姨家某月缴纳水费为 64.4 元时, 则用水量为 _____ m^3 .

【解析】(1) 设该市一级水费的单价为 x 元, 二级水费的单价为 y 元,

依题意得: $\begin{cases} 10x=32 \\ 12x+(14-12)y=51.4 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} x=3.2 \\ y=6.5 \end{cases}$.

答: 该市一级水费的单价为 3.2 元, 二级水费的单价为 6.5 元. (8分)

(2) $\because 3.2 \times 12 = 38.4$ (元), $38.4 < 64.4$, \therefore 用水量超过 12m^3 .

设用水量为 $a\text{m}^3$, 依题意得: $38.4 + 6.5(a-12) = 64.4$, 解得: $a=16$.

答: 当缴纳水费为 64.4 元时, 用水量为 16m^3 . (10分)

19. (10分) 【阅读材料】解方程组: $\begin{cases} x+y=4, & \text{①} \\ 3(x+y)+y=14. & \text{②} \end{cases}$

在本题中, 先将 $x+y$ 看作一个整体, 将①整体代入②, 得 $3 \times 4 + y = 14$, 解得 $y=2$.

把 $y=2$ 代入①得 $x=2$, 所以 $\begin{cases} x=2, \\ y=2 \end{cases}$.

这种解法称为“整体代换法”, 你若留心观察, 有很多方程组可采用此法解答.

【学以致用】请用这种方法解方程组 $\begin{cases} x-y-1=0, & \text{①} \\ 4(x-y)-y=5. & \text{②} \end{cases}$

【拓展提高】对于方程组 $\begin{cases} 2x+5y=3, & \text{①} \\ 4x+11y=5. & \text{②} \end{cases}$, 若用“整体代换法”解, 则方程②需要变形为

_____③，再把①代入③，得到_____，解得 $y =$ _____，从而方程组的解为_____。

【思维进阶】 已知 x, y 满足方程组 $\begin{cases} 3x^2 - 2xy + 12y^2 = 47 \\ 2x^2 + xy + 8y^2 = 36 \end{cases}$ ，用“整体代换法”求得 xy 的值是_____。

【解析】【学以致用】 解：由①得， $x - y = 1$ ③，将③代入②，得 $4 - y = 5$ ，解得 $y = -1$ ，

将 $y = -1$ 代入①得 $x = 0$ ， $\therefore \begin{cases} x = 0, \\ y = -1 \end{cases}$ 。（4分）

【拓展提高】 $2(2x + 5y) + y = 5$ 或 $(4x + 10y) + y = 5$ ③， $2 \times 3 + y = 5$ ，解得 $y = -1$ ， $\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$ 。（8分）

【思维进阶】 xy 的值是 2。（10分）

20.（12分）2023年12月18日晚，甘肃省积石山县发生6.2级地震后，深圳市某集团为灾区献爱心捐赠物资，若用2辆A型车和3辆B型车载满一次可运走18吨物资；1辆A型车和2辆B型车载满一次可运走11吨物资。该集团现有捐赠物资31吨，计划同时租用A型车 m 辆，B型车 n 辆，将物资一次性运往甘肃省积石山县灾区，且恰好每辆车都载满物资。

- （1）1辆A型车和1辆B型车都载满物资一次可分别运送多少吨？
- （2）请你帮该集团设计租车方案。
- （3）若A型车每辆租金1000元/次，B型车每辆租金1200元/次，请选出最省钱的租车方案，并求出最少租金。

【解析】（1）设一辆A型车和一辆B型车装满货物一次可分别运货 x 吨， y 吨，

$$\text{由题意可得，} \begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ x + 2y = 11 \end{cases}, \text{解得：} \begin{cases} x = 3, \\ y = 4 \end{cases},$$

答：一辆A型车装满货物一次可运货3吨，一辆B型车装满货物一次可运货4吨；（4分）

（2）由题意得： $3m + 4n = 31$ ，（5分）

$\because m, n$ 只能取正整数，

$$\therefore \begin{cases} m = 9 \\ n = 1 \end{cases}, \begin{cases} m = 5 \\ n = 4 \end{cases}, \begin{cases} m = 1 \\ n = 7 \end{cases}$$

答：方案如下：可租用A型车9辆，B型车1辆；租用A型车5辆，B型车4辆；租用A型车1辆，B型车7辆；（8分）

（3）由题意可得，

$$\textcircled{1} 9 \times 1000 + 1 \times 1200 = 10200 \text{（元）；}$$

$$\textcircled{2} 5 \times 1000 + 4 \times 1200 = 9800 \text{（元）；}$$

③ $1 \times 1000 + 7 \times 1200 = 9400$ (元);

∴最省钱的租车方案为：租用 A 型车 1 辆， B 型车 7 辆，费用为 9400 元. (12 分)